

### Задача 1

Рассмотрим белый клетчатый квадрат  $8 \times 8$ , из которого вырезан центральный квадрат  $4 \times 4$ . Оставшуюся часть назовем *кольцом*. Какое наименьшее количество белых клеток нужно перекрасить в красный цвет, чтобы каждая из оставшихся белых клеток граничила хотя бы с одной красной.

### Задача 2

Клетчатый прямоугольник  $2023 \times 2023$  как-то разбит на квадратики  $20 \times 20$  и квадратики  $23 \times 23$ . Петя считает каждый прямоугольник  $1 \times 2$ , у которого одна клетка из квадрата  $20 \times 20$ , а вторая – из  $23 \times 23$ . Докажите, что Петя насчитал четное количество.

### Задача 3

Пусть сумма положительных чисел  $a, b, c, d, e, f, g$  равна 1. Докажите, что

$$\frac{10 + b + 8c}{1 + a} + \frac{20 + c + 8d}{1 + b} + \frac{30 + d + 8e}{1 + c} + \frac{40 + e + 8f}{1 + d} + \frac{50 + f + 8g}{1 + e} + \frac{60 + g + 8a}{1 + f} + \frac{70 + a + 8b}{1 + g} \geq \frac{2023}{8}$$

### Задача 4

Решите уравнение

$$\sqrt{(3x - 16)(3x - 24) + 16} = 6x - x^2$$

### Задача 5

Найдите площадь треугольника  $ABC$ , где  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  – это весь набор решений системы

$$\begin{cases} x^2 - 4x = y - a \\ 4x^2 - 4xy = 64 - y^2 \end{cases}$$

### Задача 6

Пусть  $ABCD$  – вписанный четырехугольник и  $BD$  – диаметр. Пусть  $T$  и  $S$  – проекции, соответственно, точек  $B$  и  $D$  на  $AC$ . Докажите, что  $AS = CT$ .