

**1. Задача.** Решите уравнение

$$(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) = 384.$$

**2. Задача.** Сумма  $N$  последовательных натуральных чисел равна 2021. Какое наибольшее значение может принимать  $N$ ?

**3. Задача.** Имеются красные и синие шарики и четыре изначально пустые корзины. Разрешается взять один любой шарик и бросить в одну из корзин. Красный шарик разрешается бросить в корзину с наибольшим количеством шариков (если таких несколько, то в любую из них), синий – с наименьшим (если таких несколько, то в любую из них). Можно ли таким образом наполнить корзины попарно различным количеством шариков?

**4. Задача.** Пусть  $1/a + 1/b \neq -1$  и  $a + a/b = b + b/a$ . Докажите, что  $a = b$ .

**5. Задача.** Текстовый пароль состоит из двух слов. Первое слово пароля состоит из 9 букв слова ЛОМОНОСОВ, расположенных в некотором порядке. Аналогично, второе слово состоит из 6 букв слова МИХАИЛ, расположенных в некотором порядке. Какова вероятность того, что данный пароль будет угадан с первой попытки?

**6. Задача.** Пусть  $0 < x + y \leq 3/2$ . Докажите, что  $xy \leq 9/16$ .

**7. Задача.** Дана арифметическая прогрессия с разностью  $d > 1$ , все члены которой являются натуральными числами. Разность некоторых двух членов арифметической прогрессии равна 2021. Может ли сумма первых 2021 членов данной прогрессии быть в  $2021^2$  раз больше первого члена данной прогрессии?

**8. Задача.** Решите неравенство

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x^2 - 3x + 2} \geq x - 1.$$

**9. Задача.** Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{x^2}}(x^3 + x - 1) * \log_{2021}(x - 1) > 0.$$

**10. Задача.** Изобразите на координатной плоскости множество точек  $(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют соотношению

$$(y^2 - x^2)(x^2 - 6x + y^2) = 0.$$

Найдите площади фигуры  $F$ , состоящей из множества всех точек  $(x, y)$  координатной плоскости, для которых выполняется соотношение

$$\begin{cases} (y^2 - x^2)(x^2 - 6x + y^2) \leq 0, \\ 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

**11. Задача.** Пусть  $ABCD$  – равнобокая трапеция с основаниями  $BC$  и  $AD$  ( $BC < AD$ ) средней линией  $MN$ . Диагональ  $AC$  равна 10, а высота (трапеции)  $CH$  равна 6. Найдите  $MN$ .