

1. Задача. Решите уравнение

$$(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) = 384.$$

2. Задача. Сумма N последовательных натуральных чисел равна 2021. Какое наибольшее значение может принимать N ?

3. Задача. Имеются красные и синие шарики и четыре изначально пустые корзины. Разрешается взять один любой шарик и бросить в одну из корзин. Красный шарик разрешается бросить в корзину с наибольшим количеством шариков (если таких несколько, то в любую из них), синий – с наименьшим (если таких несколько, то в любую из них). Можно ли таким образом наполнить корзины попарно различным количеством шариков?

4. Задача. Пусть $1/a + 1/b \neq -1$ и $a + a/b = b + b/a$. Докажите, что $a = b$.

5. Задача. Текстовый пароль состоит из двух слов. Первое слово пароля состоит из 9 букв слова ЛОМОНОСОВ, расположенных в некотором порядке. Аналогично, второе слово состоит из 6 букв слова МИХАИЛ, расположенных в некотором порядке. Какова вероятность того, что данный пароль будет угадан с первой попытки?

6. Задача. Пусть $0 < x + y \leq 3/2$. Докажите, что $xy \leq 9/16$.

7. Задача. Дана арифметическая прогрессия с разностью $d > 1$, все члены которой являются натуральными числами. Разность некоторых двух членов арифметической прогрессии равна 2021. Может ли сумма первых 2021 членов данной прогрессии быть в 2021^2 раз больше первого члена данной прогрессии?

8. Задача. Решите неравенство

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{x^2 - 3x + 2} \geq x - 1.$$

9. Задача. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{x^2}}(x^3 + x - 1) * \log_{2021}(x - 1) > 0.$$

10. Задача. Изобразите на координатной плоскости множество точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют соотношению

$$(y^2 - x^2)(x^2 - 6x + y^2) = 0.$$

Найдите площади фигуры F , состоящей из множества всех точек (x, y) координатной плоскости, для которых выполняется соотношение

$$\begin{cases} (y^2 - x^2)(x^2 - 6x + y^2) \leq 0, \\ 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

11. Задача. Пусть $ABCD$ – равнобокая трапеция с основаниями BC и AD ($BC < AD$) средней линией MN . Диагональ AC равна 10, а высота (трапеции) CH равна 6. Найдите MN .